تجربهٔ آموزشی

# روش‌های ماتریسی در اپتیک پیرامحوری

محمدرضا فرزان‌نیا، دانشجوی کارشناسی ارشد فیزیک اتمی مولکولی دانشگاه صنعتی سهند
سیدفرشاد اختریان‌فر، دانشجوی دکترای نانو فیزیک دانشگاه کاشان

**چکیده**

**استفاده از روش‌های ماتریسی برای تحلیل و تفسیر ویژگی‌های جسم و تصویر در یک دستگاه اپتیکی، یکی از کامل‌ترین روش‌های موجود در فیزیک نور است. در تحلیل و تفسیر یک دستگاه اپتیکی به روش ماتریسی برای هر نوع حالت جسم و آینه، روش حل از سه مرحله تشکیل شده است: انتقال پرتو نور تا ابزار اپتیکی، تأثیر ابزار اپتیکی روی پرتو- که می‌تواند عدسی، آینه و یک سطح شکست‌دهنده باشد (مرز)- و دوباره انتقال پرتو بعد از تأثیر ابزار اپتیکی و تشکیل تصویر.**

**کلیدواژه‌ها: ماتریس انتقال و ماتریس آینه کاو، رابطهٔ بزرگنمایی و تصویر در روش ماتریسی.**

## مقدمه

برای استفاده از روش‌های ماتریسی ابتدا باید برای هر مرحله از انتقال پرتو، برخورد پرتو به مرز انتقال دوبارهٔ پرتو ماتریس هر کدام را معرفی و نحوه عملکرد این روش را بررسی کرد. در این روش تلاش بر این است که با مقایسه روش موجود در کتاب درسی و روش پیشنهاد شده کارایی، قدرت تفسیر و برتری روش ماتریسی را به روشنی نشان دهیم. ماتریس انتقال پرتو را به این صورت معرفی می‌کنیم: $\begin{pmatrix} ج & ۱ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix}$ که در این ماتریس همهٔ اجزا ثابت و تنها متغیر ماتریس L یعنی فاصلهٔ جسم از ابزار اپتیکی است. این ماتریس مستقل از ابزار اپتیکی است.

همان‌طور که اشاره کردیم برای سه نوع ابزار اپتیکی، عدسی، آینه و سطح شکست ما فقط آینه کاو را معرفی می‌کنیم که ماتریس آن به این صورت است: $\begin{pmatrix} ۱ & ۰ \\ \frac{۲}{د} & ۱ \end{pmatrix}$ که در این ماتریس همهٔ اجزا ثابت و تنها متغیر ماتریس R یعنی شعاع آینه کاو خواهد بود.

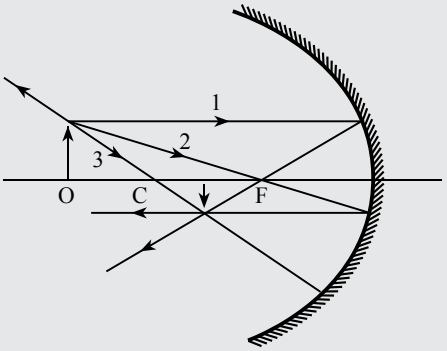
ماتریس انتقال پرتو که بعد از برخورد به آینه کاو معرفی می‌شود دوباره مستقل از ابزار اپتیکی و به این صورت است: $\begin{pmatrix} و & ۱ \\ ۰ & ۱ \end{pmatrix}$ که دوباره همهٔ اجزای ماتریس ثابت و تنها مقدار X یعنی فاصله تصویر تشکیل شده تا ابزار اپتیکی متغیر است.

## فرایند تشکیل تصویر در آینهٔ کاو

نحوهٔ ماتریس‌نویسی را برای یک دستگاه اپتیکی شامل جسم، آینهٔ کاو و نحوهٔ تشکیل تصویر را معرفی و نتایج را بررسی می‌کنیم.

اگر انتقال پرتو تا مرز را مرحلهٔ (۱) و برخورد پرتو به مرز را (آینه کاو) مرحلهٔ (۲) و انتقال دوبارهٔ پرتو را مرحلهٔ (۳) در نظر بگیریم، ماتریس‌نویسی را به‌صورت (۱) (۲) (۳) از چپ به راست می‌نویسیم، که نشان‌دهندهٔ رعایت ترتیب اثر در فرایند اپتیکی است.

ماتریس نهایی ما شامل چهار جزء است که همهٔ ویژگی‌های تصویر وابسته به جسم و ضریب شکست محیط را داراست. اگر ماتریس نهایی به‌دست آمده را به‌صورت $\begin{pmatrix} ب & ا \\ پ & ب \end{pmatrix}$ نشان دهیم، عبارت B=۰ مکان تصویر و اگر بزرگنمایی را با m نشان دهیم بزرگنمایی برابر A=m خواهد بود. از طرفی در ماتریس نهایی بعد از قرار دادن تمام اعداد در مینان حاصل $\frac{ف_ک}{ک_.}$ = ب -پ ا =مغ ع نسبت ضریب شکست ورودی به خروجی را نشان خواهد داد.



$$\begin{pmatrix} 1 & و \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{د} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & چ \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-\frac{2و}{د} & (1-\frac{2چ}{د})و+چ \\ \frac{-2}{د} & 1-\frac{2چ}{د} \end{pmatrix}$$

برای شکل بالا مثال زیر را بررسی می‌کنیم. اگر فاصلهٔ جسمی از آینهٔ کاو به شعاع ۸cm برابر ۱۲cm باشد، ویژگی‌های تصویر و نسبت ضریب شکست محیط ورودی و خروجی را به‌دست می‌آوریم.

حال با توجه به مطالب شرح داده شده داریم: $ک=1-\frac{2و}{د}$

و $و=\frac{-دچ}{2چ-د}$ با قرار دادن اطلاعات مسئله در این روابط داریم:

$$ک=1-\frac{2و}{د}=1-\frac{2\times6}{8}=-0/5$$

$$و=\frac{-دچ}{2چ-د}=\frac{-12\times8}{8-24}=6$$

تفاوت اطلاعات به‌دست آمده را با روش کتاب درسی را بررسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{گ}=\frac{1}{ل}+\frac{1}{غ}\Rightarrow\frac{1}{ل}=\frac{1}{4}\Rightarrow ل=6\ \&\ ک=\frac{ل}{گ}\Rightarrow ک=\frac{6}{12}=0/5$$

تفاوت آشکاری در بزرگنمایی مشاهده می‌شود. معنی علامت منفی در رابطه بزرگنمایی به این صورت است که در شکل بالا اگر مرکز آینه کاو را منطبق بر محور مختصات x و y کنیم، به‌صورت آشکار چون طرف جسم را جهت مثبت محور مختصات تعریف کرده‌ایم، علامت مثبت به‌دست آمده برای مکان تصویر تأییدکننده درستی علامت تصویر است اما نوک پیکان تصویر در شکل، کاملاً مشخص می‌کند که سمت پایین محور منفی است و به همین دلیل علامت منفی رابطه بزرگ‌نمایی، نشان‌دهندهٔ وارونگی تصویر نسبت به جسم را نشان می‌دهد. برای تعیین نسبت ضریب شکست محیط ورودی به خروجی با قرار دادن تمامی اعداد به‌دست آمده در ماتریس نهایی خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & 0 \\ \frac{-2}{8} & -2 \end{pmatrix}\Rightarrow غ_{ع}=\frac{ف_{ک}}{ک_{.}}=(\frac{-1}{2})(-2)-(0)(\frac{-1}{4})=1$$

که نشان می‌دهد کل دستگاه در محیط با ضریب شکست یکسان قرار دارد.

در مثال زیر مقایسه و کارایی روش ماتریسی را برای یک مسئله دیگر از شکل بالا را بررسی می‌کنیم. در آینه کاو بزرگنمایی تصویر برابر $m=0/6$ و فاصلهٔ جسم از تصویر حقیقی خود برابر $24^{cm}$ است. فاصلهٔ کانونی آینه را به‌دست می‌آوریم.

رابطهٔ زیر که از نتایج روش موجود در کتاب به‌دست آمده است فاصلهٔ کانونی را به این صورت محاسبه می‌کند:

$$m=0/6$$

$$پ=24\Rightarrow غ=\frac{پ_{ک}}{|1-ک_{ع}|}=\frac{(0/6)(24)}{|0/36-1|}=22/5$$

حال با استفاده از روابط ماتریسی و دانستن این ویژگی که تصویر حقیقی مقدار عددی مثبت و بزرگنمایی منفی دارد، داریم:

$$ک=1-\frac{2و}{د}\Rightarrow -0/6=1-\frac{2و}{د}\rightarrow 1/6=\frac{2و}{د}$$

$$x=0/8R$$

از طرفی می‌دانیم $و=\frac{-دچ}{2چ-د}$ و $x=0/8R$ داریم:

$$0/8د=\frac{-دچ}{2چ-د}\Rightarrow 0/8د-1.6چ=-دچ$$

$$0/8د=0/6چ\Rightarrow چ=\frac{4}{3}د$$

چون تصویر حقیقی است، پس جسم و تصویر در یک طرف‌اند، پس فاصلهٔ جسم از تصویرش تفاضل مقدار عددی آن دو است، پس داریم:

$$ک_{ع}=22/5=غ_{ک}\Rightarrow 45=د\Rightarrow 24=د(\frac{8}{10}-\frac{4}{3})\rightarrow 24=و-چ$$

اما آنچه اینجا به روشنی نمایان است، توانایی ما در به‌دست آوردن مکان جسم و مکان تصویر و همچنین توانایی در به‌دست آوردن نسبت ضریب شکست محیط پرتو ورودی بر خروجی است که در روش کتاب درسی توانایی محاسبهٔ آن‌ها را نداریم.

$$چ=60_{ع}=36_{ک}=\frac{ف_{ک}}{ک_{.}}=1$$

اگر در این مورد ویژگی تصویر از نظر حقیقی یا مجازی بودن مشخص نبود، آن گاه فقط شعاع آینه باید مورد سؤال قرار می‌گرفت که در این صورت می‌توان مسئله را به دلخواه برای تصویر مجازی یا حقیقی نوشت با این تفاوت که برای تصویر حقیقی، مقدار عددی بزرگنمایی را منفی و برای تصویر مجازی باید مثبت در نظر می‌گرفتیم. با این تفاوت که برای حالت تصویر مجازی فقط مکان تصویر و جسم متفاوت از حالت حقیقی خواهد بود، اما مقدار عددی شعاع همچنان یکسان محاسبه می‌شود.

## نتیجه‌گیری

استفاده از روش ماتریسی برای حل مسائل اپتیک علاوه‌بر کاربردی کردن مبحث ماتریس دورهٔ دبیرستان، توانایی درک معنای فیزیک و ریاضیاتی عبارت‌های مسئله را برای دانش‌آموزان آسان می‌کند و همچنین در این مقاله به‌جای استفاده از روش‌های متعدد موجود، تنها از یک روش مشخص و قانونمند برای حل تمامی مسائل معرفی شده است.


منابع

1. Introduction to Optics Frank L.Pedrotti, Leon S. Pedrotti, Prentice Hall, 1993.
2. Optics, Eugene Hecht, Alfred Zajak, Addison-Wesley, 1974.